WORLD FORUM ON ACADEMIC INNOVATION AND DIGITAL LITERACY

УДК 519.21

ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ ДЛЯ КРИТИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ГАЛЬТОНА–ВАТСОНА С ОГРАНИЧЕННОЙ ЭМИГРАЦИЕЙ

А. А. Имомов

Email: imomov_azam@mail.ru

О. Ш.Рузибоева

Email: oqilaruziboyeva2905@gmail.com

Каршинский государственный университет, г. Карши

Рассматривается критический процесс Гальтона–Ватсона $\mu(t)$, $t = 0,1,2, \ldots$, в котором на каждом шаге к сумме потомков существующих частиц добавляется случайная величина миграции $\eta(t)$, способная уменьшить численность процесса не более чем на фиксированное натуральное число r («ограниченная эмиграция»), а с положительной вероятностью a_0 — восстановить процесс из нуля. Пусть $f(s)$ — производящая функция числа потомков одной частицы, $A = f'(1) = 1$ (критичность), $\sigma^2 = \mathrm{Var}\,\xi = f''(1)$.

Основной результат. Пусть $a_0 > 0$ и $0 < \sigma^2 < \infty$. Тогда

где $M(t)$ — медленно меняющаяся при $t \to \infty$ функция; если, кроме того, $\sum_{k\geq 1}$ $k^2 \ln k\, p_k < \infty$, то $M(t) \to \mathrm{C} > 0$ и, следовательно, $\mathrm{P}\{\mu(t) > 0\} \sim \mathrm{C}/t$. При бесконечной дисперсии, когда вблизи $s = 1$

с медленно меняющейся L, получена асимптотика

где $c(t)$ — медленно меняющаяся функция.

Далее устанавливается интегральная предельная теорема на невырожденных траекториях: условное распределение $\mu(t)/t$ при условии $\{\mu(t) > 0\}$ слабо

сходится к невырожденному предельному закону; при дополнительном условии на распределение потомства этот закон показателен:

с постоянной λ_0, выражающейся через параметры асимптотики f и распределения миграции $\{a_k\}$.

Новизна. Полученные теоремы обобщают результаты В. А. Ватутина [1], установленные для эмиграции *ровно одной* частицы, на случай эмиграции, ограниченной *произвольным* фиксированным числом r, и *впервые* распространяют их на распределения потомства с *бесконечной дисперсией*; при этом обнаружена смена показателя асимптотики вероятности продолжения процесса с t^{-1} на $t^{-1/\theta}$. Тем самым доказан аналог теоремы Яглома: критический процесс с ограниченной эмиграцией и восстанавливающей иммиграцией из нуля обладает тем же типом предельного поведения на невырожденных траекториях (показательный/гамма-закон), что и классический процесс с иммиграцией.

Литература

1. Ватутин В. А. Критический ветвящийся процесс Гальтона–Ватсона с эмиграцией // Теория вероятн. и её примен. — 1977. — Т. 22, № 3. — С. 482–497.
2. Нагаев С. В., Хан Л. В. Предельные теоремы для критического ветвящегося процесса Гальтона–Ватсона с миграцией // Теория вероятн. и её примен. — 1980. — Т. 25, № 3. — С. 523–534.
3. Форманов Ш. К., Каверин С. В. Локальные предельные теоремы для критического процесса Гальтона–Ватсона с миграцией // Докл. АН УзССР. — 1984. — № 10. — С. 5–7.