WORLD FORUM ON ACADEMIC INNOVATION AND DIGITAL LITERACY

EHTIMOLLIKNING KLASSIK VA STATISTIK TA’RIFLARI

Qarshi davlat texnika universiteti assistenti

Muratova Baxora Baxodirovna.

baxoramuratova077@gmail.com **+998991365111.**

Annotatsiya. Ushbu maqola ehtimollikning klassik va statistik ta'riflarini chuqur tahlil qiladi. Unda har bir yondashuvning asosiy tamoyillari, ularning kuchli va zaif tomonlari hamda qaysi kontekstlarda eng samarali qo'llanilishi ko'rib chiqiladi. Maqola ehtimollik nazariyasidagi ushbu ikkita asosiy tushuncha o'rtasidagi nozik farqlarni aniqlashtirishga qaratilgan bo'lib, ularning tarixiy rivojlanishi va amaliy ahamiyati haqida tushunchalar beradi.

Kalit so’zlar: Ehtimollik, klassik ehtimollik, statistik ehtimollik, ehtimollik ta'rifi, tasodifiy hodisalar, chastota, ishonchlilik, matematik statistika, nazariy ehtimollik.

Аннотация: Данная статья представляет собой углубленный анализ классического и статистического определений вероятности. В ней рассматриваются основополагающие принципы каждого подхода, их сильные стороны, ограничения и контексты, в которых они наиболее эффективно применяются. Статья направлена на прояснение тонких различий между этими двумя фундаментальными понятиями теории вероятностей, предлагая информацию об их историческом развитии и практической значимости.

Ключевые слова: Вероятность, классическая вероятность, статистическая вероятность, определение вероятности, случайные события, частота, правдоподобие, математическая статистика, теоретическая вероятность.

Annotation: This article provides an in-depth analysis of the classical and statistical definitions of probability. It explores the foundational principles of each approach, their strengths, limitations, and the contexts in which they are most effectively applied. The article aims to clarify the nuanced differences between these two fundamental concepts in probability theory, offering insights into their historical development and practical relevance.

Keywords: Probability, classical probability, statistical probability, definition of probability, random events, frequency, kikelihood, mathematical statistics, theoretical probability.

Ω fazo to‘plam sifatida har xil strukturada bo‘lishi mumkin.

1-ta’rif. Agar Ω to‘plamda aniqlangan $P(\omega)$ funksiya uchun quyidagi shartlar bajarilsa:

$$0 \le P(\omega) \le 1, \quad \sum_{\omega \in \Omega} P(\omega) = 1,$$

u *ehtimolliklar taqsimoti deyiladi*.

Ixtiyoriy A hodisaning $(A \subset \Omega)$ *hodisa ehtimolligi* deb quyidagi songa aytiladi:

$$P(A) = \sum_{\omega \in A} P(\omega).$$

Masalan, tajriba simmetrik tangani bir marta tashlashdan iborat bo‘lsin.

Bu holda elementar hodisalar

$\omega_1 = \{G\}$ – gerb tushish hodisasi;

$\omega_2 = \{R\}$ – raqam tushish hodisasi.

Ularning ehtimolliklari quyidagiga teng:

$$P(\omega_1) = \frac{1}{2}; \quad P(\omega_2) = \frac{1}{2}.$$

Amalga oshishi bir xil imkoniyatli bo‘lgan hodisalar *teng imkoniyatli hodisalar* deyiladi.

Teng imkoniyatlilik shuni bildiradiki, $A_1, A_2, ..., A_n$ hodisalarning ro‘y berishda hech biri qolganlariga nisbatan biror ob’ektiv ustunlikka ega emas.

Masalan, o‘yin kubigining simmetrik bir jinsliligidan 1,2,3,4,5,6 ochkolardan istalganining chiqishi teng imkoniyatli deb hisoblash mumkin.

2-ta’rif (*ehtimollikning klassik ta’rifi*). Ω elementar hodisalar fazosi chekli va barcha elementar hodisalar teng imkoniyatli bo‘lsin, ya’ni

$$P(\omega_1) = P(\omega_2) = \cdots = P(\omega_n) = \frac{1}{n}.$$

A hodisaning *ehtimolligi* deb, tajribaning A ga qulaylik beruvchi natijalari sonini ularning barcha natijalari soniga nisbatiga aytiladi va

$$P(A) = \frac{n(A)}{n}$$

bilan aniqlanadi.

Bu yerda $n(A)$ – A ga tegishli elementlar soni.

Klassik ta’rif bo‘yicha aniqlangan ehtimollik xossalari.

1. Muqarrar hodisaning ehtimolligi 1 ga teng.

$$P(\Omega) = \frac{n(\Omega)}{n} = \frac{n}{n} = 1.$$

2. Mumkin bo‘lmagan hodisalarning ehtimolligi 0 ga teng.

$$P(\varnothing) = \frac{n(\varnothing)}{n} = \frac{0}{n} = 0.$$

3.Tasodifiy hodisaning ehtimolligi musbat son bo‘lib, 0 va 1 orasida bo‘ladi.

$0 \le n(A) \le n$ ekanligidan $0 \le P(A) \le 1$ kelib chiqadi.

Endi klassik ta’rifga tushadigan bir qancha misollarni ko‘rib o‘tamiz.

4-misol. Yashikda o‘lchamlari va og‘irligi bir xil bo‘lgan uchta ko‘k, sakkizta qizil va to‘qqizta oq shar bo‘lib, sharlar yaxshilab aralashtirilgan. Yashikdan

tavakkaliga 1 ta shar tanlab olingan. Tanlangan sharning yoki ko‘k, yoki qizil, yoki oq chiqish ehtimolliklarini toping.

Yechish. Istalgan sharning chiqishini teng imkoniyatli deb hisoblash mumkin bo‘lganligidan, jami $n=3+8+9=20$ ta elementar hodisaga egamiz. A,B,C orqali mos ravishda ko‘k, qizil va oq shar chiqishidan iborat hodisalarni belgilaymiz. Ehtimollikning klassik ta’rifga ko‘ra

$$P(A)=\frac{3}{20}=0{,}15;$$

$$P(B)=\frac{8}{20}=0{,}4;$$

$$P(C)=\frac{9}{20}=0{,}45;$$

Klassik sxemaga tushmaydigan, ya’ni mumkin bo‘lgan hollari cheksiz bo‘la oladigan yana bir modelni keltiramiz.

Biror D soha berilgan bo‘lib, uning qism ostisi D_1 coha bo‘lsin. Agar D sohaga tavakkaliga nuqta tashlanayotgan bo‘lsa, shu nuqtaning D_1 ga tushish ehtimolligi qancha bo‘ladi? – degan savol o‘rinli bo‘ladi. Shuni ta’kidlab o‘tish lozimki, “D sohaga tavakkaliga nuqta tashlanayapti” – deyilganda biz quyidagini tushunamiz: tashlanayotgan nuqta D sohaning ixtiyoriy nuqtasiga tushishi mumkin va D ning biror qism ostisiga nuqta tushishi ehtimolligi shu qism o‘lchovi (uzunlik, yuza va hakozo)ga proporsional bo‘lib, uning joylashishiga va shakliga bog‘liq emas.

Demak, yuqorida ta’kidlanganlarni umumlashtirib, ehtimollikning quyidagi ta’rifini keltirishimiz mumkin:

Ta’rif. D sohaga tavakkaliga tashlanayotgan nuqtaning uning qism ostisi D_1 ga tushib qolish ehtimolligi

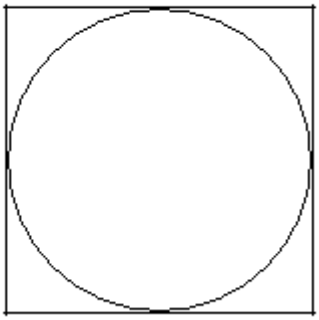
$$P(D_1)=\frac{mes\{D_1\}}{mes\{D\}}$$

formula bilan hisoblanadi.

Bu yerda *mes* (messung –o‘lchov) orqali uzunlik, yuza, hajm belgilangan.

Odatda bu ta’rif ehtimollikning *geometrik ta’rifi* deb yuritiladi.

1-misol. Tomoni 4 ga teng bo‘lgan kvadratga aylana ichki chizilgan. Tasodifiy ravishda kvadratning ichiga tashlangan nuqta aylana ichiga tushish ehtimolligini toping (6-rasm).



6-rasm

Yechish. D – tomoni 4 ga teng bo‘lgan kvadrat. D_1 – kvadratga ichki chizilgan 2 radiusli aylana. D va D_1 shakllar tekislikda qaralayotganligi uchun o‘lchov sifatida yuza olinadi. U holda

$$P(D_1)=\frac{mes\{D_1\}}{mes\{D\}}=\frac{yuza\{D_1\}}{yuza\{D\}}=\frac{4\pi}{16}=\frac{\pi}{4}.$$

Ehtimollikning klassik ta’rifi formulasidan tajribalar natijalari faqat teng imkoniyatli bo‘lgandagina foydalanish mumkin. Ammo amaliyotda esa mumkin bo‘lgan hollar teng imkoniyatli bo‘lavermasligini yoki bizni qiziqtirayotgan hodisa uchun qulaylik yaratuvchi hollarni aniqlab bo‘lmasligini ko‘rishimiz mumkin. Bunday hollarda tajribani muayyan sharoitda bog‘liqsiz ravishda ko‘p marta takrorlab, hodisa nisbiy takrorlanishini kuzatib, uning ehtimolligini taqriban aniqlash mumkin bo‘ladi.

Tasodifiy hodisa A ning nisbiy chastotasi deb shu hodisaning ro‘y bergan tajribalar soni $n(A)$ ning o‘tkazilgan tajribalar umumiy soni n ga nisbatiga aytiladi. Tajribalar soni yetarlicha katta $n\to\infty$ bo‘lganida ko‘p hodisalarning nisbiy chastotasi ma’lum qonuniyatga ega bo‘ladi va biror son atrofida tebranib turadi. Bu qonuniyat

XVIII asr boshlarida Yakob Bernulli tomonidan aniqlangan. Unga asosan bog‘liq bo‘lmagan tajribalar soni cheksiz ortib borganida ($n \to \infty$) muqarrarlikka yaqin ishonch bilan hodisaning nisbiy chastotasi uning ro‘y berish ehtimolligiga yetarlicha yaqin bo‘lishi tasdiqlanadi. Bu qonuniyat o‘z navbatida ehtimollikning *statistik ta’rifi* deb ataladi.

Demak, $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n(A)}{n} = P(A)$ yoki yetarlicha katta n lar uchun $\frac{n(A)}{n} \approx P(A)$.

Boshqacha qilib aytganda, $P(A)$ sifatida taqriban $\frac{n(A)}{n}$ ni olish mumkin ekan.

Misol sifatida tanga tashlash tajribasini olaylik. Bizni $\{Gerb\} = G$ tushish hodisasi qiziqtirayotgan bo‘lsin. Klassik ta’rifga asosan $P(G) = \frac{1}{2}$. Shu natijaga statistik ta’rif bilan ham kelishimiz mumkin. Shu boisdan biz Byuffon va Pirsonlar tomonidan o‘tkazilgan tajribalar natijasini quyidagi jadvalda keltiramiz:

Tajriba o‘tkazuvchi	Tajribalar soni, n	Tushgan gerblar soni, $n(G)$	Nisbiy takrorlanish $\frac{n(G)}{n}$
Byuffon	4040	2048	0,5080
K.Pirson	12000	6019	0,5016
K.Pirson	24000	12012	0,5005

Jadvaldan ko‘rinadiki, n ortgani sari $\frac{n(G)}{n}$ soni $\frac{1}{2}$ ga yakinlashar ekan. Ammo statistik ta’rifning ham amaliyotda noqulaylik tomonlari bor. U tajribalarning soni orttirilishini talab qiladi. Bu esa amaliyotda ko‘p vaqt va harajatlarni talab qilishi mumkin.

Xulosa. Ushbu maqolada ehtimollik nazariyasining ikki asosiy ta'rifiga – klassik va statistik ta'riflariga bag'ishlangan keng qamrovli tahlil taqdim etiladi. Klassik ta'rif o'zaro teng imkoniyatli va bir-birini istisno qiluvchi natijalarga asoslanadi hamda hodisaning sodir bo'lish ehtimolini uni tashkil etuvchi teng imkoniyatli natijalar sonining umumiy natijalar soniga nisbati sifatida aniqlaydi. Ushbu yondashuv ko'pincha o'yinlar va geometrik masalalarda qo'llanilsa-da, uning cheklanganligi ham ko'rsatib o'tilgan, chunki u barcha hodisalar uchun mos kelmaydi va teng imkoniyatlilik shartiga qat'iy amal qiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Montgomery D.C., Runger G.C. Applied Statistics and Probability for Engineers. Wiley, 2014.
2. Wackerly D., Mendenhall W., Scheaffer R. Mathematical Statistics with Applications. Cengage Learning, 2014.
3. Rice J.A. Mathematical Statistics and Data Analysis. Cengage Learning, 2006.
4. O’Connor P.D.T., Robertson S. Mathematical Statistics. Open University Press, 2005.
5. Wasserman L. All of Statistics: A Concise Course in Statistical Inference. Springer, 2004.