МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДОЖДЕВОГО СТОКА В ГОРНЫХ И ПРЕДГОРНЫХ БАССЕЙНАХ: РАСЧЕТНЫЙ ПОДХОД И ПРИМЕР АЧЧИКСАЯ

Статья поступила в редакцию:

Статья принята к публикации:

Статья опубликована:

УДК 551.311.21

Бобоёров Бехруз Ихтиёр угли

научный сотрудник

«Научно-исследовательский институт ирригации и водных проблем»

Республика Узбекистан, г. Ташкент

https://orcid.org/0009-0004-8393-5238

Умурдинов Нодирбек Отабек угли

научный сотрудник

«Научно-исследовательский институт ирригации и водных проблем»

MATHEMATICAL MODELING OF STORMWATER RUNOFF IN MOUNTAINOUS AND FOOTHILL CATCHMENTS: A CALCULATION APPROACH WITH THE ACHCHIKSAY CASE STUDY

Boboyorov Bekhruz

researcher

“Scientific Research Institute of Irrigation of Water Problems”

Tashkent. Uzbekistan

https://orcid.org/0009-0004-8393-5238

.https://orcid.org/0000-0002-9723-9477

Umiurdinov Nodirbek Otabek ugli

Researcher

“Scientific Research Institute of Irrigation of Water Problems”

Аннотация

В статье рассматривается расчет дождевого стока, формирующегося на крутых склонах горных и предгорных территорий, на примере бассейна Аччиксай, расположенного в Кызылчинском сельском поселении Дехканабадского района Кашкадарьинской области Узбекистана. Цель работы — описать расчетный подход к определению основных параметров поверхностного потока при выпадении атмосферных осадков и рассмотреть его применение для сезонных саев. Территория бассейна условно разделяется на элементарные площади, а формирование и движение потока описываются с использованием водного баланса и дифференциального уравнения. В модели учитываются интенсивность дождя, потери потока и время движения воды по склону к оси сезонного русла. На основе полученного выражения выполнено сопоставление расчетного расхода с результатами натурных наблюдений; в исходном исследовании средняя величина расхождения указана на уровне 5,6 %. Также представлены расчетные гидрологические характеристики сезонных водотоков Шакарбулаксай, Аччиксай, Джиннидарьясай и Аксувсай, для которых рассматриваются показатели обеспеченности расхода. Предложенный подход может использоваться для предварительной оценки дождевого стока в бассейнах, где наблюдательные данные ограничены. Для практического применения необходимы проверка исходных параметров и оценка точности на независимых наблюдениях.

Abstract

This paper examines stormwater runoff generated on steep slopes in mountainous and foothill areas, using the Achchiksay basin in the Kyzylcha rural settlement of Dehkanabad district, Kashkadarya region, Uzbekistan, as a case study. The objective is to describe a calculation approach for estimating key surface-flow

parameters during rainfall and to consider its application to seasonal streams. The catchment is conceptually divided into elementary areas, while runoff generation and movement are described using a water-balance relationship and a differential equation. The model accounts for rainfall intensity, flow losses, and the time required for water to travel down a slope toward the seasonal channel. The resulting expression is compared with field observations; the source study reports a mean discrepancy of 5.6%. The paper also presents calculated hydrological characteristics and flow exceedance indicators for the seasonal watercourses Shakarbulaksay, Achchiksay, Jinnidaryasay, and Aksuvsay. The proposed approach may support preliminary storm-runoff assessment in catchments with limited monitoring data. Before operational use, its input parameters and accuracy should be checked against independent observations.

Ключевые слова: дождевой сток; сезонные саи; горный бассейн; интенсивность осадков; расход воды; водный баланс; дифференциальное уравнение; гидрологическое моделирование; обеспеченность расходов; Аччиксай.

Keywords: stormwater runoff; seasonal streams; mountainous catchment; rainfall intensity; water discharge; water balance; differential equation; hydrological modeling; flow exceedance; Achchiksay basin.

ВВЕДЕНИЕ

В горных и предгорных районах поверхностный сток формируется в условиях сложного рельефа, значительных уклонов и неоднородного распределения атмосферных осадков. Для сезонных саев характерны резкие изменения расхода воды во время дождей и ливней, поэтому определение параметров такого потока имеет значение для оценки водных ресурсов и предварительного анализа паводочных процессов. При этом расчет осложняется тем, что для многих небольших водотоков отсутствуют непрерывные гидрометрические наблюдения.

В рамках исследования использованы сведения о натурных работах, проводившихся в 2023–2025 годах на сезонных водотоках горных Китабского и Камашинского, а также предгорного Дехканабадского районов Кашкадарьинской области. Рассматривались гидрологические и топографические характеристики, влияющие на формирование и движение дождевого стока.

Цель настоящей работы — изложить расчетный подход к определению основных гидрологических параметров дождевого стока на участках с выраженным уклоном и рассмотреть его применение на примере бассейна Аччиксай Дехканабадского района Кашкадарьинской области, где проводились экспериментальные исследования.

Уклон поверхности является одним из важных факторов, влияющих на скорость перемещения воды по склону и время концентрации стока. В исходной работе, со ссылкой на литературу В. А. Николаева и А. Г. Исаченко, приведены следующие ориентировочные диапазоны уклонов:

1. уклон рельефа холмов и адыров – 3,5 – 8,7 %;

2. низкогорья – 9 – 26,7 %;

3. средне- и высокогорные территории — более 26,7 %.

С учетом приведенной классификации математическое моделирование рассматривается для участка со значительным уклоном поверхности — 26,7 % и более. В расчет включаются экспериментальные гидрологические, топографические и морфологические характеристики исследуемого бассейна.

Согласно сведениям, приведенным в исходном исследовании, осадки в рассматриваемом регионе выпадают преимущественно в марте–мае, а среднее количество осадков за этот период составляет 450–550 мм.

Объектом исследования является бассейн реки Аччиксай — среднегорная территория с уклонами рельефа 26,7 % и более (рис. 1).

В бассейне Аччиксай дождевые осадки наблюдаются главным образом в апреле–мае и выступают одним из факторов формирования склонового стока. Для расчета основных параметров потока бассейн представляется совокупностью элементарных площадей, что позволяет описать поступление воды и ее перемещение к оси сезонного русла (рис. 2).

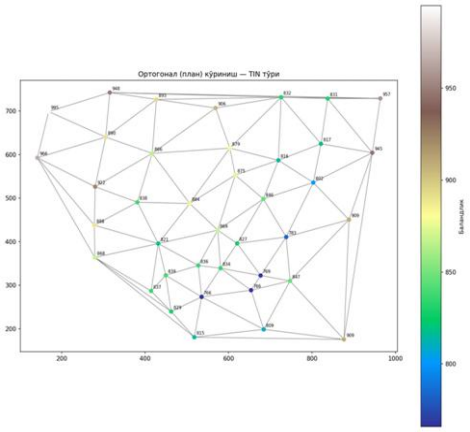


Рисунок 1. Степень наклона рельефа бассейна реки Аччиксай

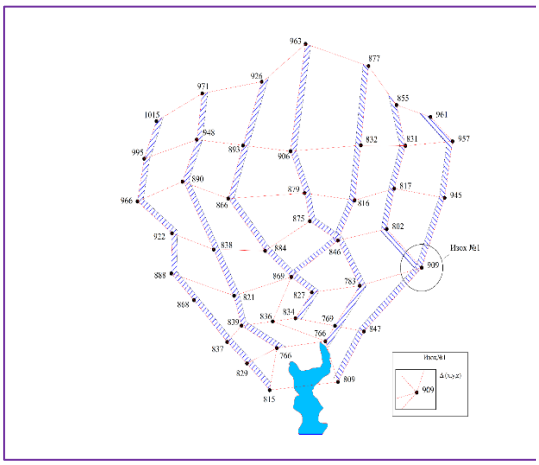


Рисунок 2. Изохроны водного потока, движущегося по склону

Таким образом, определяем объем и скорость движения воды, движущейся с большой скоростью по склону вдоль элементарной поверхности ΔS (изохромы), представленной на рис. 7. При моделировании учитываем следующие упрощения и допущения. То есть глубина потока воды, движущегося по элементарной поверхности ΔS в момент времени t, равна z, а интенсивность дождя равна θ. Пусть интенсивность потери энергии потока I . Предположим, что интенсивность выпадения дождя и потери энергии потока имеют вид функции, зависящей от времени, и являются постоянными по площади бассейна. Исходя из вышеизложенных предположений, составляем водный баланс потока, формирующегося в элементарном поле ΔS в момент времени Δt. Следовательно, в момент времени Δt количество потока воды на элементарной поверхности ΔS выражается следующим образом.

$\Delta(z\cdot\Delta t)=\frac{d(z\cdot\Delta S)}{dt}\cdot\Delta t(1)$

θ-IЕсли учесть разность в уравнении (1), то

$\frac{d(z\cdot\Delta S)}{dt}\cdot\Delta t=\Delta S(\theta\text{-}I)\cdot\Delta t(2)$

Из уравнения (2) имеем:

$z\cdot\frac{d(\Delta S)}{dt}+\Delta S\frac{dz}{dt}=\Delta S(\theta\text{-}I)(3)$

ΔS=f(l)тогда

l=u·τбўлади.

Здесь: lτ- расстояние от изохрон потока, движущегося по уклону, до оси сезонного ручья, у-скорость потока, движущегося по уклону, – время, в течение которого поток достигает из изохрон до оси сезонного ручья.

Если предположить, что y=const, то имеем ΔS=f (t), или ΔS=f (t):

$\Delta S=\frac{ds}{d\tau}\Delta\tau=s'\Delta\tau(4)$

$s'=\frac{ds}{d\tau}$Здесь:

Подставляя выражение (4) в выражение (2), получим:

$z=\frac{ds'}{dt}+s'\frac{dz}{dt}=s'(\theta\text{-}I)(5)$

Разделив уравнение (5) на s', получим следующее уравнение.

$z=\frac{s''}{s'}+\frac{dz}{dt}=\theta\text{-}I(6)$

Здесь: $s''=\frac{ds'}{dt}$.

В уравнении (6) учитываются параметры двух систем отсчета по времени. То есть τ и t – абсолютное время. Поэтому целесообразно привести время к одной системе отсчета. Здесь τ увеличивается от водности бассейна до оси сезонного ручья [0,τ], а t-абсолютное время увеличивается в обратном направлении. Тогда выполняются следующие условия:

$$\begin{cases} d\tau=-dt \\ \frac{ds'}{d\tau}=-\frac{ds'}{dt} \\ \frac{dz}{dt}=-\frac{dz}{d\tau} \end{cases} (7)$$

Приведем систему уравнений (7) к уравнению (6) и в результате получим:

$$z=\frac{s''}{s'}+\frac{dz}{dt}+\theta-I=0 (8)$$

В результате получим дифференциальное уравнение, описывающее движение потока, движущегося по склону в среднегорных районах.

Решение дифференциального уравнения (8) ищем в следующем виде:

$$z=\exp\left[-\int\frac{s''}{s'}d\tau\right]\cdot\left[A-\int(\theta-I)\cdot\exp(\int\frac{s''}{s'}d\tau)d\tau\right] (9)$$

В уравнение (9) вводим следующее обозначение:

$$\begin{cases} \exp\left[-\int\frac{s''}{s'}d\tau\right]=\frac{A_1}{s'} \\ \exp\left[\int\frac{s''}{s'}d\tau\right]=\frac{s'}{A_1} \end{cases} (10)$$

Тогда уравнение (9) примет следующий вид:

$$z=\frac{A_1}{s'}\left[A-\int(\theta-I)\frac{s'}{A_1}\cdot d\tau\right] (11)$$

Здесь A и A_1– неопределенные интегральные постоянные.

Теперь интегрируем уравнение (11) от τ до 0:

$$z=\frac{s_0'}{s'}\left[z_0-\int_\tau^0(\theta-I)\frac{s'}{s_0'}d\tau\right] (12)$$

Из уравнения (12) следует:

$$zs'-z_0s_0'=\int_0^\tau(\theta-I)s'd\tau (13)$$

Определяем величины z $s'z_0$ и s'_0в уравнении (13):

$$z_0s_0'=z_0\left(\frac{ds}{d\tau}\right)_0=z_0\left(\frac{\partial s}{\partial l}\right)_0\left(\frac{\partial l}{\partial\tau}\right)_0 (14)$$

Вместе с тем

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial s}{\partial l}\right)_0 = s_0 \\ \left(\frac{\partial l}{\partial \tau}\right)_0 = -\left(\frac{\partial l}{\partial t}\right)_t = -u_0 \end{cases} (15)$$

Из системы уравнений (15) имеем:

$z_0 \cdot s_0^{'} = -z_0 \cdot s_0 \cdot u_0 = -q_0 (16)$

q_0здесь: – расход воды дождевого потока, движущегося по склону.

Аналогично (16) имеем:

$zs^{'} = -z_\tau \cdot s_\tau \cdot u_\tau = q_\tau (17)$

Приведя выражения (16) и (17) к уравнениям (13), получим:

$-q_\tau + q = \int_0^\tau (\theta - I) s^{'} d\tau (18)$

Находится на участке водораздела территории водоема. В результате получим следующее уравнение:

где: $q_\tau = 0$- расход воды дождевого потока, движущегося по уклону;

$q = \int_0^\tau (\theta - I) \frac{ds}{d\tau} d\tau (19)$

На участке водораздела территории водоема $q_\tau = 0$. В результате получим следующее уравнение:

$\Delta t = \frac{\tau}{B} (20)$

Здесь: B - параметр, определяемый из выражения (18).

В результате мы получаем:

$q_t = \sum_{k=1}^{m} S/\tau_k (\theta - I)_k (21)$

Таким образом, мы получили выражение (21) для расчета расхода дождевой воды, формирующейся со склонов бассейна сезонного ручья за определенный промежуток времени. Адекватность данного выражения обоснована путем сравнения его численных решений с результатами исследований, проведенных на натуре. Погрешность сравнения в среднем

составила 5,6 %. Диаграмма сравнения результатов представлена на рисунке 8.

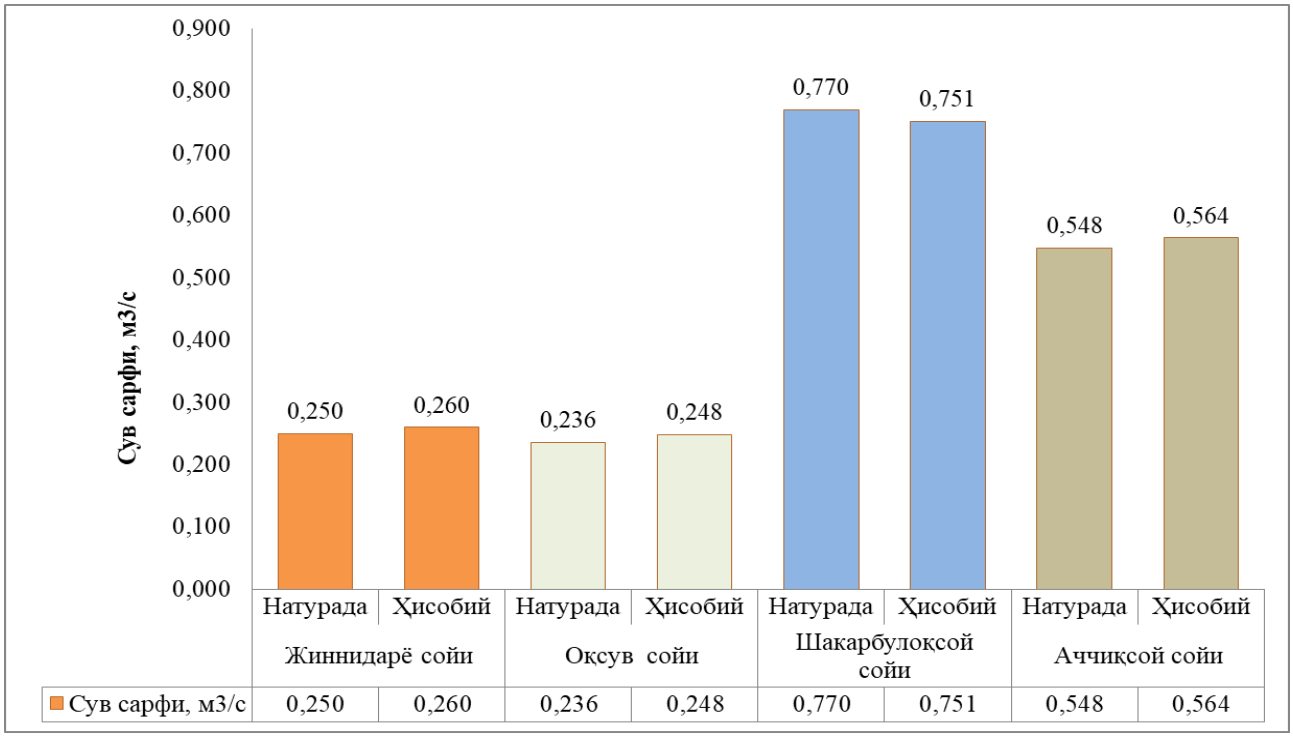


Рисунок 3. График сравнения расхода воды в натуре и расчетного расхода воды в сезонных саях объекта исследования

Расчет гидрологических параметров сезонных водотоков при ограниченности гидрометрических данных

На территории Узбекистана, согласно сведениям, приведенным в исходной статье, насчитывается более трех тысяч малых рек и сезонных саев; около двух тысяч из них являются притоками зарегулированных рек. Регулярные гидрометрические наблюдения ведутся лишь примерно на 10 % указанных водотоков. Такая ограниченность данных затрудняет оценку расчетных расходов и других гидрологических характеристик для необследованных бассейнов.

При отсутствии длительных рядов наблюдений применяются расчетные и приближенные методы, основанные на характеристиках бассейна и физических закономерностях формирования стока. В настоящем исследовании расчетный подход рассмотрен для сезонных водотоков Аччиксай, Шакарбулаксай,

Аксувсай и Джиннидарьясай. Приведенные далее таблицы и графики содержат гидроморфометрические характеристики русел и показатели обеспеченности расходов, представленные в исходных расчетных материалах. Эти значения следует интерпретировать с учетом принятых допущений и доступности исходных наблюдений.

Результаты расчетов для рассматриваемых сезонных водотоков представлены в таблицах и на графиках.

Таблица 1. Гидроморфометрические характеристики русла реки Шакарбулаксай

Ξ км^2	L, км	$I_{рек}$ $_a$, %	m	m_P	φ	H_P	Ф
3,7	7,4	0,77	0,12	7,3	0,4	5.	6,9

Таблица 2. Значения гидрологических и морфологических характеристик русла водотока в Шакарбулаксае

C	n_2	n_3	φ_0	φ	m	m_P	H_P	Ф	δ	q_t
0,78	0,44	0,059	0,18	0,4	0,12	0,3	9,2	0,9	0,7	0,02

Таблица 3. Показатели обеспеченности расхода воды реки Шакарбулаксай.

Показатели	Обеспеченность, Р,%				
	1%	2%	3%	5 %	7 5%
Q,л/сек	4700	2300	1150	600	62,2

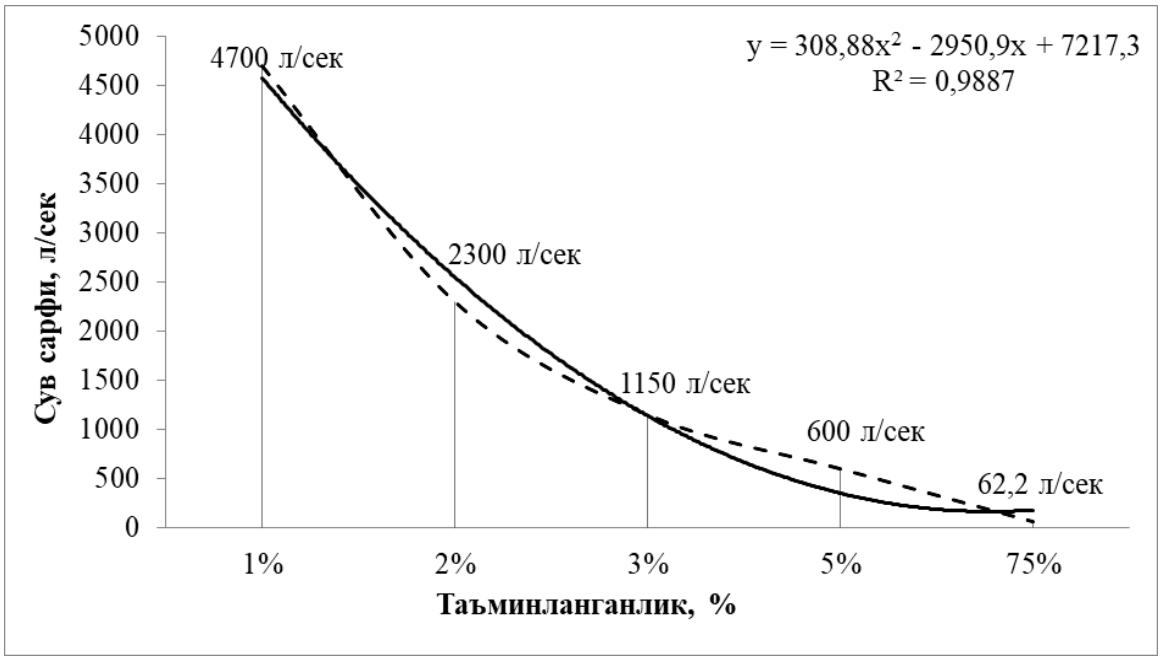


Рисунок 1. Показатели обеспеченности многолетних расходов воды сезонного ручья Шакарбулак, %

Таблица 4. Гидроморфометрические характеристики русла реки Аччиксай

Ξ км^2	L, км	$I_{рек}$ $_a$, %	m	m_P	φ	H_P	Ф
1,8	5,7	2,1	0,2	7,1	0,47	6.	14.

Таблица 5. Значения гидрологических и морфологических характеристик русла водного потока в реке Аччиксай

C	n_2	n_3	φ_0	φ	m	m_P	H_P	Ф	δ	q_t
0	0	0	0	0	0	7	6	1	1	0
,2	,6	,072	,28	,47	,2	,1	.	4.	.	,03

Таблица 6. Показатели обеспеченности расхода воды реки Аччиксай.

Показатели	Обеспеченность, P,%				
	1%	2%	3%	5 %	7 5%
Q,л/сек	580.	290	150	8 0	7, 7

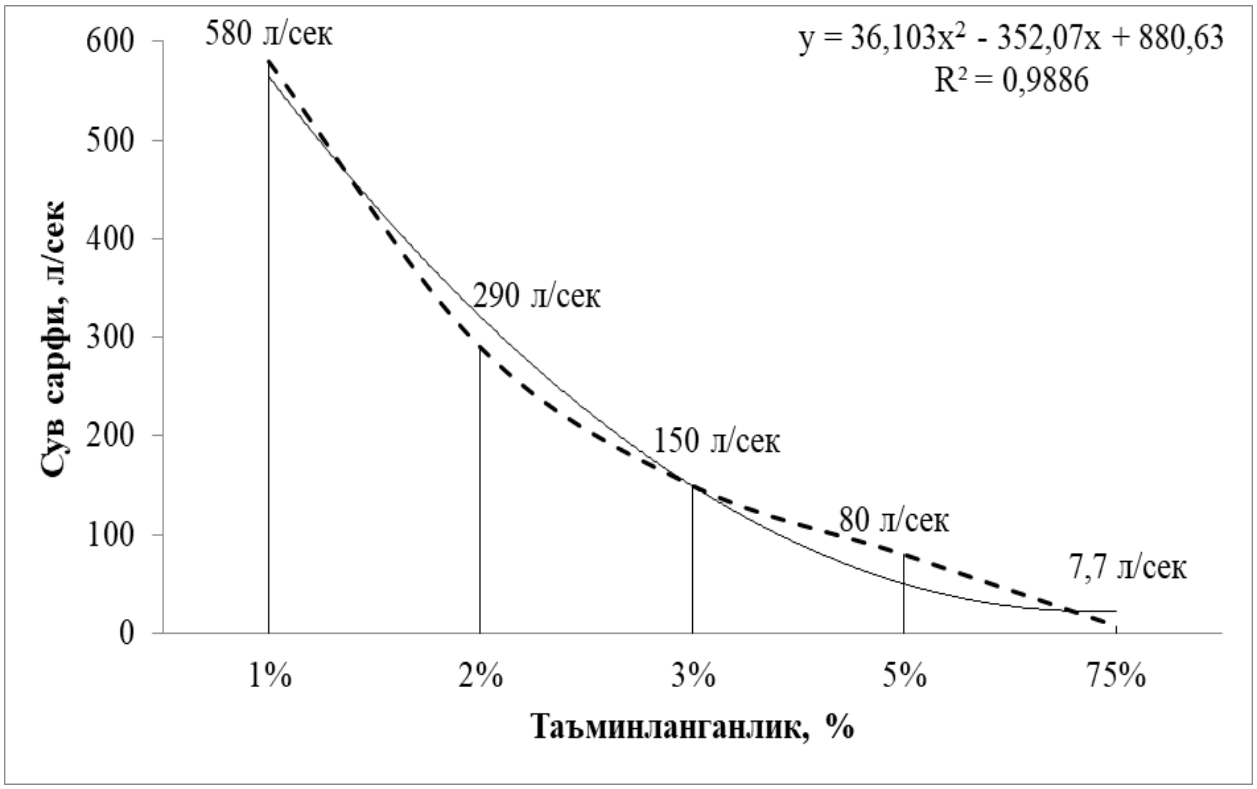


Рисунок 2. Показатели обеспеченности многолетних расходов воды сезонного ручья Аччиксай, %

Таблица 7. Гидроморфометрические характеристики русла реки Джиннидарьясой

Ξ	L,	$I_{рек}$	m	m_P	φ	H_P	Ф
км^2	км	$_a$, %					
2.	0,8	0,6	0,0	2,9	0,3	4.	4,6
5		9	8		5		

Таблица 8. Значения гидрологических и морфологических характеристик русла водного потока в Джиннидарьясое

C	n_2	n_3	φ_0	φ	m	m_P	H_P	Ф	δ	q_t
0	0	0	0	0	0	2	4	4	0	0
,69	,4	,052	,15	,35	,08	,9	.	,6	,64	,01

Таблица 9. Показатели обеспеченности расхода воды реки Джиннидарьясай.

Показатели	Обеспеченность, Р,%

Показатели	Обеспеченность, Р,%				
	1%	2%	3%	5%	75%
Q,л/сек	750	380	190	100	9,9

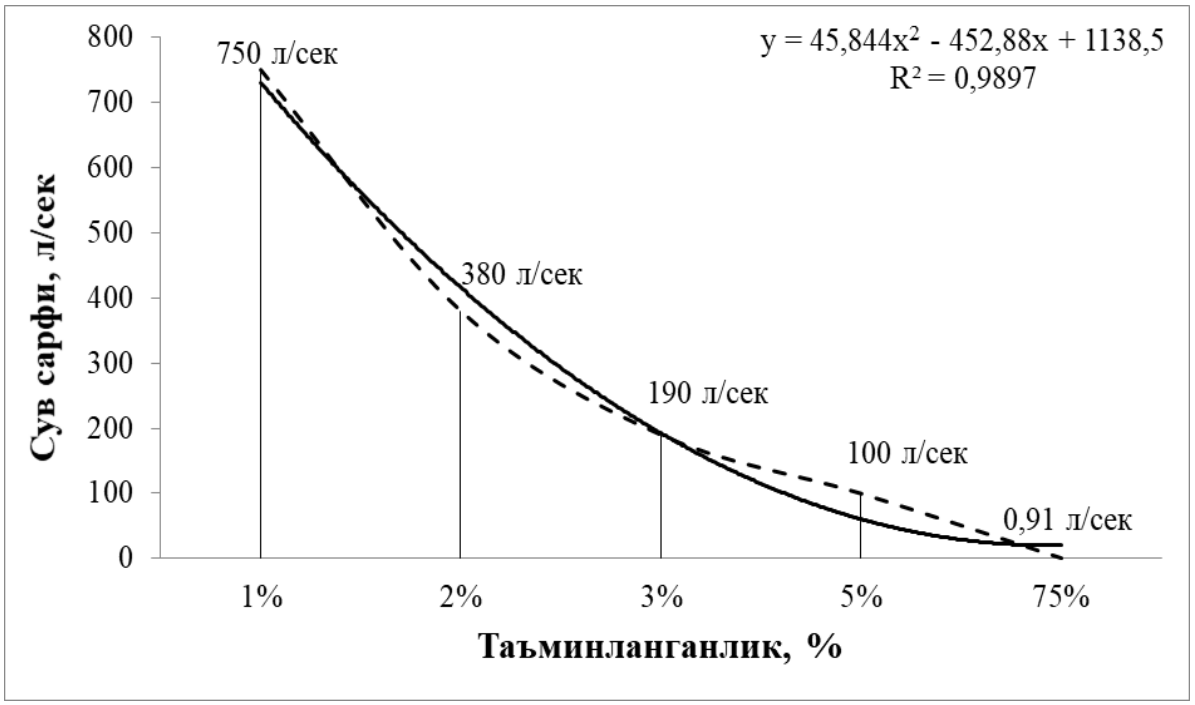


Рисунок 3. Показатели обеспеченности многолетних расходов воды сезонного ручья Джиннидарьясай, %

Таблица 1.0. Гидроморфометрические характеристики русла сая Аксувсай

Ξ км²	L, км	$I_{рек}$	m	m_P	φ	H_P	Ф $_a$, %
2,8	0,75	0,58	0,09	2,3	0,2	46,3	4,2

Таблица 1.1. Значения гидрологических и морфологических характеристик русла водотока в сае Аксусай

C	n_2	n_3	φ_0	φ	m	m_P	H_P	Ф	δ	q_t
0,65	0,37	0,042	0,12	0,29	0,08	0,3	6,3	0,2	0,69	0,016

Таблица 1.2. Показатели обеспеченности водопотребления реки Аксавсай.

Показатели	Обеспеченность, Р,%				
	1%	2%	3%	5%	75%
Q,л/сек	170	80	40	20.	2,3

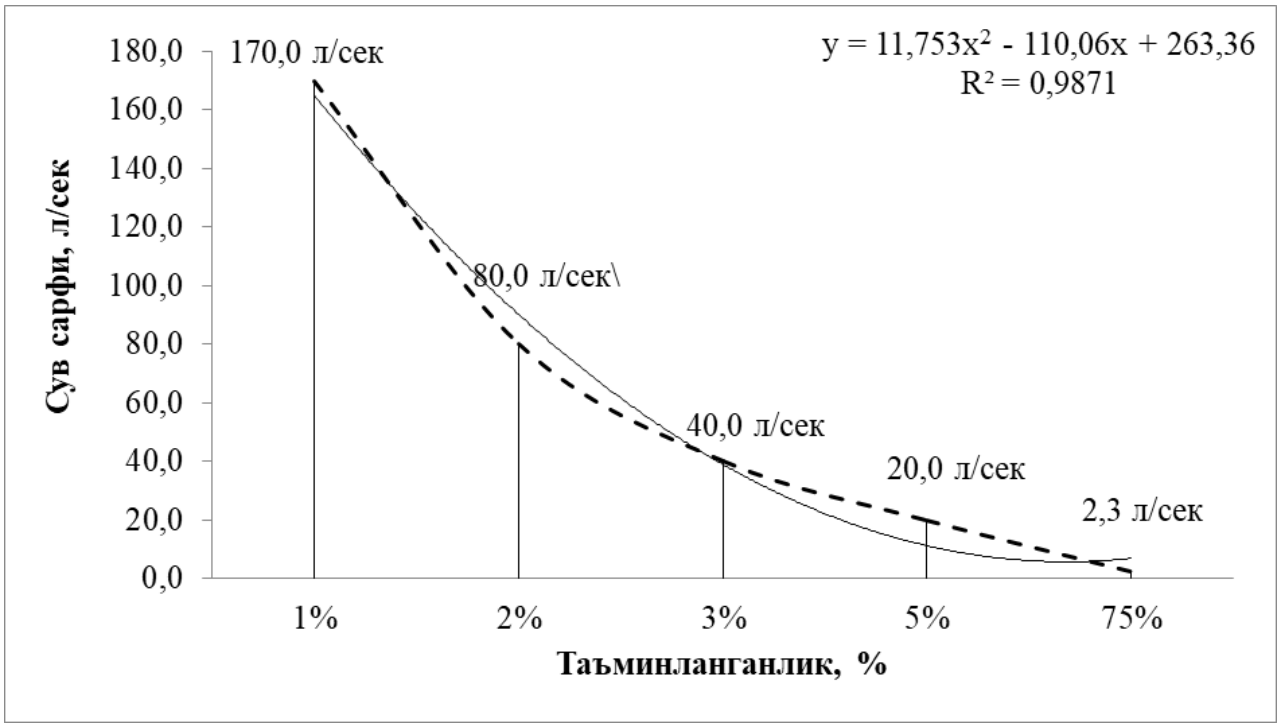


Рисунок 4. Показатели обеспеченности многолетних расходов воды сезонного ручья Аксусай, %

В работе рассмотрен расчетный подход к описанию дождевого стока, формирующегося на склонах горных и предгорных бассейнов, и показано его применение на примере Аччиксай. Модель строится на представлении бассейна через элементарные площади и использовании водного баланса с учетом интенсивности осадков, потерь потока и времени движения воды по склону. В исходной работе сообщается, что среднее расхождение расчетного и натурного расхода составило 5,6 %. Кроме того, представлены расчетные характеристики

четырех сезонных водотоков и показатели обеспеченности расходов. Результаты могут служить основой для предварительной оценки стока в бассейнах с ограниченной сетью наблюдений. Вместе с тем для подтверждения применимости метода в других условиях необходимо уточнить исходные параметры, документировать методику полевых измерений и провести независимую проверку точности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Список литературы:

1. Давыдов Л.К., Дмитриева А.А., Конкина Н.Г. Общая гидрология. Л. – 1973.
2. Денисов Ю.М. Схема расчета гидрографа стока горных рек. Л. – 1965.
3. Зиновьев А.Т. и др. Модель формирования талого стока на малых водозаборах на примере реки Лосиха (Алтайский край) // Изв. АО РГО. – 2017. – С. 74–79.
4. Кавешников А., Смирнов Л.В. Гидравлические расчеты водоспусков водохранилищных гидроузлов. М., Союзгидроводхоз. – 1984.
5. Калиткин Н.Н. Численные методы. – М.: Наука, 1978. – 432 с.
6. Карасев И.Ф., Ременюк В.А. Измерение расходов воды и учет стока при неустановившемся движении речных потоков // Труды Всоюз. гидрол. съезда. Т. 3.– Л.– 1989.– 518 с.
7. Караушев А.В. Речная гидравлика.
8. Картвелишвили Н.А. Нетрадиционные задачи гидравлики.
9. Картвелишвили Н.А. Теория вероятностных процессов в гидрологии и регулировании речного стока.
10. Кляцкин В.И. Стохастические уравнения и волны в случайно-неоднородных средах. – М.: Наука, 1980.
11. Коваленко В.В. Гидрологическая измерительная техника. ЛПИ. – 1984. –

60 с.

12. Коваленко В.В. Гидрометрическая оценка речного стока с элементами стохастического подхода. ЛПИ. – 1986. – 61 с.
13. Коваленко В.В. Динамические и стохастические модели гидроло. (текст внизу обрезан).
14. Коваленко В.В. Измерение и расчет характеристик неустановившихся речных потоков.
15. Коваленко В.В. Об одномерной гидравлической идеализации неустановившегося открытого потока и уточнении критерия устойчивости движения на стрелках / ЛГМИ. No.

References:

1. Davydov L.K., Dmitrieva A.A., Konkina N.G. [General Hydrology. L]. – 1973 (In Russ.)
2. Denisov Yu.M. [Scheme for Calculating the Hydrograph of Mountain River Runoff. L]. – 1965 (In Russ.)
3. Zinov'ev A.T. i dr. [Model of Snowmelt Runoff Formation on Small Watersheds Using the Example of the Losikha River (Altai Krai)] // Izv. AO RGO. – 2017. – S. 74–79 (In Russ.)
4. Kaveshnikov A., Smirnov L.V. [Hydraulic Calculations of Spillways at Reservoir Hydroelectric Facilities. M., Soyuzhydrovodkhoz]. – 1984 (In Russ.)
5. Kalitkin N.N. [Numerical Methods]. – M.: Nauka, 1978. – 432 s (In Russ.)
6. Karasev I.F., Remenyuk V.A. [Measurement of Water Discharge and Runoff Accounting During Unsteady Flow of River Streams] // Trudy Vssoyuz. gidrol. s«ezda. T. 3.– L.– 1989.– 518 s (In Russ.)
7. Karaushev A.V. [River Hydraulics] (In Russ.)
8. Kartvelishvili N.A. [Non-traditional Problems in Hydraulics] (In Russ.)

9. Kartvelishvili N.A. [Theory of Stochastic Processes in Hydrology and River Flow Regulation] (In Russ.)
10. Klyatskin V.I. [Stochastic Equations and Waves in Randomly Inhomogeneous Media]. – M.: Nauka, 1980 (In Russ.)
11. Kovalenko V.V. [Hydrological Measuring Techniques. LPI]. – 1984. – 60 s (In Russ.)
12. Kovalenko V.V. [Hydrometric Assessment of River Runoff with Elements of Stochastic Approach. LPI]. – 1986. – 61 s (In Russ.)
13. Kovalenko V.V. [Dynamic and Stochastic Models of Hydrology] (In Russ.)
14. Kovalenko V.V. [Measurement and Calculation of Characteristics of Unsteady River Flows] (In Russ.)
15. Kovalenko V.V. [On One-Dimensional Hydraulic Idealization of Unsteady Open Flow and Refinement of the Stability Criterion for Movement at Confluences]. No (In Russ.)