FAZODA DEKART KOORDINATALAR SISTEMASI

Sirdaryo viloyati Xovos tuman

1 son Texnikum Matematika fani o‘qituvchisi

Alikov Nurilla

Annotatsiya

Ushbu maqolada fazoda Dekart koordinatalar sistemasining fundamental asoslari, geometrik mohiyati va zamonaviy fan-texnikadagi o‘rni tahlil qilingan. Maqolada nuqtaning fazoviy manzili, radius-vektor tushunchasi hamda asosiy metrik formulalar (masofa, o‘rta nuqta, vektor moduli) bayon etilgan. Shuningdek, tizimning kompyuter grafikasi, muhandislik, tibbiyot (KT va MRT) hamda aerokosmik sohalardagi amaliy tatbiqi va boshqa koordinata tizimlari (sferik va silindrik) bilan bog‘liqligi yoritilgan.

Kalit so‘zlar

Dekart koordinatalar sistemasi, uch o‘lchamli faza, absissa, ordinata, aplikata, radius-vektor, oktantlar, 3D modellashtirish, analitik geometriya, metrik formulalar, fazoviy navigatsiya.

Fazoda Dekart koordinatalar sistemasi, ya’ni to‘g‘ri burchakli uch o‘lchamli koordinata tizimi, zamonaviy analitik geometriya va matematikaning eng fundamental asoslaridan biri bo‘lib xizmat qiladi. Ushbu universal tizim uch o‘lchamli fazodagi har qanday nuqtalar, murakkab chiziqlar, geometrik yuzalar hamda hajmiy ob’ektlarning aniq matematik joylashuvini tartiblangan sonlar to‘plami yordamida belgilash va ularni vizual tarzda ifodalash imkonini beradi. Mazkur tizim bir nuqtada aynan 90 gradus burchak ostida kesishuvchi uchta o‘zaro perpendikulyar to‘g‘ri chiziqdan —

koordinata o‘qlaridan tarkib topgan. Ushbu o‘qlarning barchasi birlashadigan va o‘zaro tutashadigan yagona markaziy nuqtasi koordinata boshi deb ataladi. Koordinata boshi barcha uch o‘qdan o‘tuvchi boshlang‘ich nuqta bo‘lib, fazoviy hisob-kitoblar uchun 0 nuqtasi vazifasini o‘taydi.

Tizimda koordinata o‘qlarining standart nomlanishi va ularning fazoviy yo‘nalishlari quyidagicha aniq belgilab qo‘yilgan:

- **Ox o‘qi** — absissa o‘qi sifatida qabul qilinib, asosan fazodagi gorizontal yo‘nalishni va kenglikni ifodalaydi;
- **Oy o‘qi** — ordinata o‘qi deb yuritiladi va u tekislikdagi vertikal yo‘nalishni hamda balandlikni ko‘rsatadi;
- **Oz o‘qi** — aplikata o‘qi hisoblanib, uchinchi o‘lchamni, ya’ni fazoviy chuqurlikni belgilash orqali ob’ektning to‘liq hajmiy va fazoviy tasvirini hosil qiladi.

Ushbu uchta o‘qning o‘zaro uyg‘unligi natijasida fazoning istalgan nuqtasi (x, y, z) ko‘rinishidagi koordinatalar bilan bir qiymatli va aniq aniqlanadi. Bu esa muhandislik, fizika, arxitektura va kompyuter grafikasi kabi zamonaviy sohalarda murakkab fazoviy qonuniyatlarni tahlil qilishda cheksiz imkoniyatlar yaratadi.

Fazoda joylashgan ixtiyoriy M nuqtaning aniq o‘rnini belgilash uchun uchta haqiqiy sonning tartiblangan uchligi (xM, yM, zM) qo‘llaniladi. Bu koordinatalar tizimida har bir son nuqtaning fazoviy manzili sifatida geometrik mohiyatga ega: xM koordinatasi berilgan M nuqtadan Oyz koordinata tekisligigacha bo‘lgan perpendikulyar masofani, yM koordinatasi Oxz tekisligigacha bo‘lgan masofani, zM koordinatasi esa Oxy tekisligigacha bo‘lgan masofani aniq ko‘rsatib beradi. Ushbu koordinatalar tizimini vektorlar tahlili orqali ham chuqurroq tushunish mumkin.

Koordinata boshi bo‘lgan O nuqtadan M nuqtaga yo‘naltirilgan OM kesmasi radius-vektor deb ataladi va nuqtaning koordinatalari ushbu vektorning mos koordinata o‘qlaridagi proyeksiyalari hisoblanadi. Matematik jihatdan bu bog‘liqlik OM = xM * i + yM * j + zM * k ko‘rinishidagi vektor yig‘indisi orqali ifodalanadi. Bu yerda i, j va k birlik vektorlari (ortlar) bo‘lib, ular mos ravishda Ox, Oy va Oz o‘qlarining musbat yo‘nalishlarini ko‘rsatadi hamda vektorning fazodagi yo‘nalishini standartlashtiradi. Mazkur koordinatalar tizimi nafaqat alohida nuqtalarni, balki fazodagi har qanday murakkab geometrik ob’ektni — xoh u to‘g‘ri chiziq, xoh egri sirt bo‘lsin — aniq matematik tenglamalar yoki tengsizliklar ko‘rinishida ifodalashga cheksiz imkoniyat yaratadi. Bu usul analitik geometriyada shakllarning xossalarini algebraik usullar bilan o‘rganishda, muhandislik loyihalarini modellashtirishda va fizik jarayonlarni raqamli hisoblashda eng asosiy instrument bo‘lib xizmat qiladi.

Fazoda Dekart koordinatalar tizimining asosiy geometrik formulalariga vektor moduli va ikki nuqta orasidagi masofa kiradi. Vektor A(x, y, z) ning moduli Pitagor teoremasining kengaytirilgan shakli orqali quyidagicha hisoblanadi: $|a| = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}$

Ikki nuqta $A(x_1, y_1, z_1)$ va $B(x_2, y_2, z_2)$ orasidagi masofa esa: $d(A,B) = \sqrt{[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2]}$

Kesma o'rtasining koordinatalari o'rtacha arifmetik sifatida topiladi:

$x_cp = (x_1 + x_2)/2$

$y_cp = (y_1 + y_2)/2$

$z_cp = (z_1 + z_2)/2$

Ushbu formulalar fazodagi masofalarni, trayektoriyalarni va geometrik shakllarni hisoblashning asosiy vositalaridir.

Fazoda Dekart koordinatalar tizimi geometrik shakllarni tenglamalar orqali ifodalash imkonini beradi. Markazi (a, b, c) da joylashgan va radiusi R ga ega sfera tenglamasi:

$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$

Tekislikning umumiy tenglamasi $ax + by + cz + d = 0$ shaklida yoziladi, bu yerda (a, b, c) — tekislik normal vektori komponentlari. Silindr, konus, paraboloid va ellipsoid kabi yuzalar ham Dekart koordinatalarida tenglamalar orqali tasvirlanadi.

Tizimning muhim xususiyati boshqa koordinata tizimlari bilan bog'liqligidir. Sferik koordinatalarga o'tishda nuqta (r, θ, φ) parametrlari ishlatiladi, ular Dekart koordinatalari bilan quyidagi bog'lanish orqali ifodalanadi:

$x = r \cdot \sin\theta \cdot \cos\varphi$

$y = r \cdot \sin\theta \cdot \sin\varphi$

$z = r \cdot \cos\theta$

Silindrik koordinatalar (ρ, φ, z) esa:

$x = \rho \cdot \cos\varphi$

$y = \rho \cdot \sin\varphi$

$z = z$

Ushbu transformatsiyalar fazodagi simmetrik jarayonlarni modellashtirishda qo'llaniladi, masalan, gravitatsion maydonlar yoki elektromagnit to'lqinlarni hisoblashda.

Fazoda Dekart koordinatalar tizimi nafaqat nazariy geometriya asosi, balki zamonaviy kompyuter grafikasi, yuqori texnologiyali muhandislik va amaliy fizika sohalarida eng muhim universal vosita bo‘lib xizmat qiladi. Ushbu tizimning uch o‘lchamli fazoni raqamlashtirish qobiliyati bugungi texnologik taraqqiyotning ko‘plab yo‘nalishlariga zamin yaratdi.

Xususan, kompyuter grafikasi va 3D modellashtirish sohalarida, jumladan AutoCAD, Blender va Unity kabi professional dasturiy ta’minotlarda har bir piksel, vertex (cho‘qqi) yoki murakkab geometrik ob’ektning har bir nuqtasi (x, y, z) koordinatalari yordamida aniq belgilanadi. Fazoviy koordinatalar virtual muhitdagi ob’ektlarning hajmini, shaklini va ularning bir-biriga nisbatan joylashuvini matematik aniqlikda boshqarish imkonini beradi. Har qanday murakkab 3D animatsiya yoki o‘yin dunyosi mohiyatan milliardlab koordinata nuqtalarining real vaqtdagi uzluksiz hisob-kitoblariga tayanadi. Shu bilan birga, robototexnika va avtomatlashtirilgan tizimlarda ham Dekart koordinatalari o‘rni beqiyosdir. Robot-manipulyatorlarning fazoviy joylashuvi, ularning ishchi qismlarining aniq nuqtadagi holati va murakkab harakat trayektoriyalari aynan shu koordinatalar tizimi orqali dasturlanadi va boshqariladi. Bu esa ishlab chiqarish jarayonlarida inson aralashuvisiz o‘ta yuqori aniqlikdagi operatsiyalarni bajarishga imkon yaratadi. Fizika fanida esa dinamik jarayonlarni tahlil qilishda ushbu tizim asosiy til vazifasini o‘taydi. Masalan, klassik mexanikaning poydevori bo‘lgan Nyuton harakat qonunlari ko‘pincha vektor shaklida, ya’ni F = m * a ko‘rinishida ifodalanadi. Bu yerda kuch (F) va tezlanish (a) kabi barcha fizik kattaliklar koordinata o‘qlari bo‘yicha alohida komponentlarga ajratiladi. Jismning fazodagi harakati Ox, Oy va Oz o‘qlari bo‘yicha tahlil qilinishi natijasida murakkab fizik hodisalarni oddiy va tushunarli matematik modellar ko‘rinishiga keltirish mumkin bo‘ladi. Xulosa qilib aytganda, Dekart koordinatalar tizimi abstrakt matematik tushunchadan real dunyodagi ob’ektlarni loyihalash, ularni harakatga keltirish va koinot qonuniyatlarini raqamli shaklda tavsiflashning ajralmas mexanizmiga aylandi.

Fazoda Dekart koordinatalar tizimi zamonaviy muhandislik loyihalash ishlarining ajralmas poydevori hisoblanadi. Xususan, CAD (Computer-Aided Design) tizimlari bino va inshootlar, ko‘priklar hamda murakkab mashina qismlarini loyihalashda ushbu

tizimga tayanadi. Har bir detalning chizmasi va hajmiy modeli fazoviy koordinatalar yordamida shakllantiriladi, bu esa loyihachi va muhandislarga ob'ektlarning o'ta aniq geometrik parametrlarini belgilash, ularning chidamliligini matematik modellashtirish va virtual sinovdan o'tkazish imkonini beradi. Ushbu raqamli modellar qurilish va ishlab chiqarish jarayonlarida xatoliklar ehtimolini minimal darajaga tushiradi. Tibbiyot sohasida ham mazkur tizim inson salomatligini saqlashda muhim texnologik vazifani bajaradi. Zamonaviy kompyuter tomografiyasi (KT) va magnit-rezonans tomografiyasi (MRT) apparatlari inson tanasining ichki a'zolarini tekshirishda olingan ma'lumotlarni aynan Dekart koordinatalar tizimi yordamida qayta ishlaydi. Apparat tana qismlarini skanerlash orqali olingan minglab kesimlarni (x, y, z) koordinatalari bo'yicha birlashtiradi va inson tanasining yuqori aniqlikdagi 3D rekonstruktsiyasini yaratadi. Bu esa shifokorlarga patologik o'zgarishlarning aniq joylashuvini o'rganish va murakkab jarrohlik amaliyotlarini aniq rejalashtirishda beqiyos yordam beradi. Aviatsiya va kosmonavtika yo'nalishlarida esa Dekart koordinatalari harakat xavfsizligi va navigatsiyaning asosiy vositasidir. Samolyotlarning murakkab uchish trayektoriyalari, ularning havodagi bir-biriga nisbatan joylashuvi hamda sun'iy yo'ldoshlarning Yer atrofidagi orbitalari ushbu tizim orqali hisoblanadi. Kosmik apparatlarning fazoviy orientatsiyasi va ularning o'z yo'nalishidan og'ishmasligini ta'minlashda uch o'lchamli koordinatalar asosidagi matematik hisob-kitoblar hal qiluvchi rol o'ynaydi. Shunday qilib, Dekart tizimi nafaqat yerda, balki osmon kengliklari va koinotni o'zlashtirishda ham eng ishonchli navigatsiya tili bo'lib xizmat qilmoqda.

Xulosa qilib aytganda, fazoda Dekart koordinatalar sistemasi uch o'lchamli fazoni matematik tasvirlashning eng samarali va universal usuli hisoblanadi. Tizimning perpendikulyar o'qlar tuzilishi, koordinata tekisliklari va oktantlar bo'linishi fazodagi geometrik ob'ektlarni ixcham ifodalash imkonini beradi. Vektor moduli, masofa

formulasi va tenglamalar tizimi zamonaviy texnologiyalarning fizika, muhandislik va kompyuter fanlari sohasidagi barcha asosiy hisob-kitoblarida qo'llaniladi. Ushbu tizim analitik geometriyaning poydevori bo'lib, sun'iy intellekt va virtual reallik kabi yangi sohalarda ham o'z dolzarbligini saqlab kelmoqda.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Narmanov A.Y. *Analitik geometriya*. Toshkent: O'zbekiston faylasuflari milliy jamiyati nashriyoti, 2008. 256 b. https://jdpu.uz/wp-content/uploads/2020/08/Analitik-geometriya.-%D0%9D%D0%B0%D1%80%D0%BC%D0%B0%D0%BD%D0%BE%D0%B2.pdf
2. Rasulova D. E., Omonova Sh. E. *Fazoda Dekart koordinatalari sistemasi va vektorlar*. *Pedagoglar jurnali*, 2024, №2. 3-5 b. https://pedagoglar.org/02/article/download/628/567/1115
3. Tojiboyeva X. T. *Fazoda Dekart koordinatalar sistemasi*. *НАУКА И ИННОВАЦИОННЫЕ ИДЕИ В МИРЕ*, *48*(3), 164–166. Retrieved from https://newjournal.org/01/article/view/15413
4. Tursunov K. *Fazoda analitik geometriyaning asosiy tushunchalari*. TIIAME nashriyoti, 2023.
5. G‘. A. Xasanov, X. F. Sharipov *Oliy va o'rta maxsus ta'lim uchun darslik: Differensial geometriya va topologiya* Samarqand - 2014. https://api.ziyonet.uz/uploads/books/662/5af978cdebb47.pdf
6. Sanginov M., Nishonboev Q. Analitik geometriya (ma'ruzalar matni). Toshkent: TKTI, 2014. 50 b. https://api.ziyonet.uz/uploads/books/482093/5832cb0f03100.pdf

7. Rasulova D. E., Omonova Sh. E. Fazoda dekart koordinatalari sistemasi va vektorlar. Pedagoglar jurnali, 2024, №2. 3-5 b. https://pedagoglar.org/02/article/download/628/567/1115
8. Aslonov J. Chiziqli algebra va analitik geometriya. Yangi asr nashriyoti, 2024. https://yangiasr.uz/files/books/2024-02-23-07-28