WORLD CONFERENCE ON STUDENT - CENTERED LEARNING APPROACHES

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОФИЛЯ УХА И ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМАЦИОННОГО СОСТОЯНИЯ

Ходжакулов Фаррух Нормаматович - независимый исследователь

Аннотация: В статье рассматривается расчетный подход к численному исследованию напряженно-деформированного состояния кулачкового профиля на основе уравнений Ламе теории упругости. Идея дискретизации двумерной задачи методом конечных разностей адаптирована для анализа профиля кулачка. Описаны определение компонентов перемещения, учет граничных условий и расчет деформаций и напряжений по полю перемещений. Для получения количественных выводов необходим расчет с учетом реальной геометрии, свойств материала, нагрузки и условий закрепления.

Ключевые слова: профиль кулачка, напряженно-деформированное состояние, уравнения Ламе, теория упругости, метод конечных разностей, численное моделирование.

Abstract: This paper presents a numerical framework for investigating the stress–strain state of a cam profile using the Lame equations of elasticity. The finite-difference discretization approach for a two-dimensional elasticity problem, described in the supplied source, is adapted to the cam-profile analysis. The workflow includes displacement calculation, application of boundary conditions, and evaluation of strains and stresses from the displacement field. Quantitative conclusions require calculations based on the actual geometry, material properties, loading, and support conditions.

Keywords: cam profile, stress–strain state, Lame equations, elasticity theory, finite difference method, numerical modelling, optimization.

Аннотация: Мақолада кулачок профилининг кучланиш-деформация ҳолатини сонли усулда баҳолаш учун эластиклик назариясининг Ламе тенгламаларига асосланган ҳисоблаш ёндашуви баён қилинади. Тақдим этилган

манбадаги икки ўлчовли эластиклик масаласини чекли айирмалар усулида дискретлаш ғояси кулачок профилини тадқиқ этиш вазифасига мослаштирилади. Силжиш компонентларини аниқлаш, чегаравий шартларни ҳисобга олиш ҳамда силжишлардан деформация ва кучланишларни ҳисоблаш кетма-кетлиги келтирилади. Мазкур ёндашув кулачок профилининг муқобил шаклларини таққослаш учун методик асос бўла олади. Ҳақиқий сонли хулосалар чиқариш учун деталь геометрияси, материал хоссалари, юкланиш ва таянч шартлари бўйича ҳисоблаш бажарилиши зарур.

Калит сўзлар: кулачок профили, кучланиш-деформация ҳолати, Ламе тенгламалари, эластиклик назарияси, чекли айирмалар усули, силжиш, сонли моделлаштириш, оптималлаштириш.

Кулачковые механизмы преобразуют вращательное движение в возвратно-поступательное или колебательное в соответствии с заданной схемой. Форма профиля кулачка влияет на условия контакта с роликом, плавность движения и напряженно-деформированное состояние внутри детали. Резкое изменение кривизны или увеличение нагрузки в некоторых частях профиля может вызвать локальное накопление напряжений. Источник, предоставленный пользователем, описывает подход к дискретизации двумерных уравнений Ламе в прямоугольной области с использованием метода конечных разностей, введению граничных условий и определению перемещений в узлах [1]. В данной статье этот математический подход адаптирован к задаче изучения напряженно-деформированного состояния профиля кулахока. Выбранное поперечное сечение водопропускной трубы рассматривается как задача плоской упругости. Компоненты смещения по координатам x и y обозначаются соответственно u(x,y) и v(x,y). Предполагая изотропный, линейно-упругое вещество и малые деформации, уравнения Ламе записываются следующим образом:

$$(\lambda + 2\mu)\, \partial^2 u/\partial x^2 + \mu\, \partial^2 u/\partial y^2 + (\lambda + \mu)\, \partial^2 v/(\partial x \partial y) + X = 0$$

$$\mu\,\partial^2 v/\partial x^2 + (\lambda + 2\mu)\,\partial^2 v/\partial y^2 + (\lambda + \mu)\,\partial^2 u/(\partial x \partial y) + Y = 0$$

Здесь u и v — смещения; λ и μ — упругие постоянные Ламе; X и Y — компоненты объемных сил. Если объемные силы игнорируются, принимаются значения X = 0 и Y = 0. Упругие постоянные определяются модулем Юнга E и коэффициентом Пуассона ν следующим образом:

$$\mu = E / [2(1 + \nu)]$$

$$\lambda = E\nu / [(1 + \nu)(1 - 2\nu)]$$

Фактический профиль стебля должен быть адаптирован к расчетной области. Для начальной дискретизации удобна регулярная прямоугольная сетка, но может потребоваться аппроксимация истинной криволинейной границы или использование модифицированной сетки.

Вычислительная область разделена на узлы по осям x и y. Шаги сетки обозначаются hx и hy:

$$x_i = i\,h_x,\quad y_j = j\,h_\gamma$$

Сдвиги происходят в узлах. $u_{i,j} = u(x_i,y_j)$ и $v_{i,j} = v(x_i,y_j)$ определяется следующим образом. Производные второго порядка аппроксимируются центральными конечными разностями:

$$\partial^2 u/\partial x^2 \approx (u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}) / h_x^2$$

$$\partial^2 u/\partial y^2 \approx (u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}) / h_\gamma^2$$

$$\partial^2 v/\partial x^2 \approx (v_{i+1,j} - 2v_{i,j} + v_{i-1,j}) / h_x^2$$

$$\partial^2 v/\partial y^2 \approx (v_{i,j+1} - 2v_{i,j} + v_{i,j-1}) / h_\gamma^2$$

Смешанные производные аппроксимируются центральными разностями следующим образом:

$$\partial^2 u/\partial x \partial y \approx [u_{i+1,j+1} - u_{i+1,j-1} - u_{i-1,j+1} + u_{i-1,j-1}] / (4h_x h_\gamma)$$

$$\partial^2 v/\partial x \partial y \approx [v_{i+1,j+1} - v_{i+1,j-1} - v_{i-1,j+1} + v_{i-1,j-1}] / (4h_x h_\gamma)$$

При применении приближений к уравнениям Ламе формируется система алгебраических уравнений относительно неизвестных перемещений узлов.

Систему можно решать итеративно или напрямую. Следует отметить размер сетки, метод решения и критерии остановки.

Граничные условия и нагрузка: Граничные условия для модели кулачкового механизма выбираются в соответствии с фактической работой механизма. В месте соединения вала могут быть заданы соответствующие ограничения по перемещению или условия опоры, а на рабочем профиле может быть задана нагрузка, возникающая из-за контакта роликов. Точные значения опоры и нагрузки определяются на основе проектных и эксплуатационных условий; при их отсутствии расчетные значения не следует интерпретировать как фактические результаты.

Если в исходной модели контактная сила заменена распределенной нагрузкой, следует указать пределы такого приближения. Для сложных геометрических форм контакта двумерную модель можно дополнительно проверить с помощью анализа методом конечных элементов.

Определение деформаций и напряжений: После определения поля перемещений компоненты деформаций в теории малых деформаций определяются следующим образом:

$$\varepsilon_x = \partial u/\partial x, \quad \varepsilon_\gamma = \partial v/\partial y$$

$$\gamma_{x\gamma} = \partial u/\partial y + \partial v/\partial x$$

В условиях плоского напряженного состояния нормальные и касательные напряжения выражаются следующим образом:

$$\sigma_x = E(\varepsilon_x + \nu\, \varepsilon_\gamma) / (1 - \nu^2)$$

$$\sigma_\gamma = E(\varepsilon_\gamma + \nu\, \varepsilon_x) / (1 - \nu^2)$$

$$\tau_{x\gamma} = E\, \gamma_{x\gamma} / [2(1 + \nu)]$$

Эти определяющие соотношения относятся к случаю плоского напряженного состояния. Если толщина детали и трехмерные ограничения имеют важное значение, следует использовать случай плоской деформации или

уравнения, соответствующие трехмерной модели. Производные определяются численно методом конечных разностей.

Для оценки достоверности результатов расчетов проверяются граничные условия и баланс нагрузки; сравниваются максимальные изменения перемещений и напряжений при уменьшении размера сетки; по возможности упрощенный случай сравнивается с аналитическим решением.

Альтернативные варианты профиля кулачка следует сравнивать при одинаковых условиях материала, нагрузки и опоры. В качестве критериев сравнения можно использовать максимальное эквивалентное напряжение, максимальное перемещение, распределение напряжений вдоль рабочей поверхности и кинематические требования. Оптимизация профиля не должна ограничиваться снижением напряжения в одной точке, но также должна учитывать плавность движения, непрерывность контакта и производственные ограничения.

Поскольку точные размеры, материал и нагрузка кулачка не указаны, в данной статье не представлены подтвержденные численные результаты или процентные улучшения. Было бы научно необоснованно представлять их без фактических расчетов.

Заключение: Была описана математическая модель, основанная на двумерных уравнениях Ламе и последовательности дискретизации с использованием метода конечных разностей, для изучения напряженно-деформированного состояния профиля Кулачок. Показаны этапы преобразования непрерывных уравнений в систему алгебраических уравнений, введения граничных условий и вычисления деформаций и напряжений из поля перемещений.

Ссылки

1. Новацкий В. Теория упругости. Москва: Мир, 1975. 872 с.

2. Тимошенко С. П., Гудьер Дж. Теория упругости. Москва: Наука, 1975. 576 с.

3. Победря Б. Е. Численные методы в теории упругости и пластичности. Москва: Издательство МГУ, 1996. 343 с.